

On va donner de façon succincte les thématiques abordées dans les articles présents sur ce site.

– **Les suites régulières.**

Pour une suite $n \mapsto u(n)$ on établit sous condition la relation $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!} u(n) \underset{+\infty}{\sim} u(x)e^x$

et on en montre quelques applications (dont un théorème taubérien).

– **Perturbations de la série exponentielle.**

On poursuit l'article *Les suites régulières* en donnant n termes dans une asymptotique de $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!} u(n)$.

– **Le principe de non superposition des perturbations.**

Il s'agit de voir l'effet d'une perturbation de la série e^{-x} en $+\infty$. Il est étonnant qu'on trouve un résultat, mais surtout, dans le cas de deux perturbation $u(n)$ et $v(n)$, on montre sous condition la relation $\sum_{n \geq 0} \frac{(-x)^n}{n!} u(n)v(n) \underset{+\infty}{\sim} C(u, v) \sum_{n \geq 0} \frac{(-x)^n}{n!} u(n)$.

On donne ensuite des exemples comme un équivalent en $+\infty$ de $\sum_{n \geq 0} \frac{(-x)^n}{n!} \ln^k(n+a)$.

– **Sur un problème de Hardy-Ramanujan.**

On étudie $\sum_{k=0}^n \frac{x^k}{k!}$, ce qui généralise la question initiale de l'étude de $\sum_{k=0}^n \frac{n^k}{k!}$.

– **Sur un problème d'arithmétique.**

L'article part de la constatation suivante : $55^2 = 3025 = 30|25$ et justement $30+25 = 55$. Il s'agit de généraliser une question qui peut paraître sans solution alors que ce n'est pas le cas.

– **Sur une équation différentielle.**

On cherche à étudier les annulations des solutions de l'équation différentielle $y''(t) + e^t y(t) = 0$, puis on va généraliser à une famille d'équations différentielles tout en cherchant une asymptotique précise des annulations.

– **Codimension finie.**

On va établir par des moyens très élémentaires des résultats sur la codimension de sous-espaces vectoriels (en dimension infinie a priori).

– **Construction élémentaire de \mathbb{N} .**

On présente une construction autonome de \mathbb{N} en utilisant simplement l'existence d'un ensemble infini (qui s'injecte dans un de ses sous-ensembles stricts), et en donnant les propriétés essentielles de \mathbb{N} .

– **Une somme de Riemann.**

On va donner un équivalent d'une somme qui apparaît très souvent, à savoir

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{k^\alpha (n-k)^\alpha}.$$

– **Le théorème des deux carrés.**

On va établir ce résultat classique comme conséquence directe de l'arithmétique de $\mathbb{Z}[i]$, plus précisément comme conséquence de la recherche de ses irréductibles.

– **Quaternions.**

Il s'agit d'établir l'unicité du corps \mathbb{H} .

– **Intégrales de Laplace.**

On met ici en place une théorie simple et efficace pour obtenir des résultats classiques, type intégrales de Wallis, équivalent de $n!$, d'autres bien moins accessibles par les méthodes habituelles, comme $\int_0^1 (1+t \ln(t))^x dt$ pour $x \rightarrow +\infty$. Mais on va donner aussi une asymptotique à n termes de $\int_0^1 t^x (1-t)^{\alpha-1} \ln^\beta \left(\frac{1}{1-t} \right) dt$. En fin d'article il y a une courte liste d'exercices, la correction se trouve également sur le site (Intégrales de Laplace, correction).

– **Le cas non régulier.**

On étudie là encore des perturbations de la série e^x mais cette fois avec des suites $n \mapsto u(n)$ évetneuellement *violentes*. Les résultats sont bien moins sympathiques, les méthodes de travail également.

– **Présentation d'un certain type d'exercices de topologie.**

On trouve assez souvent des exercices proposés aux oraux traitant d'exemple concrets d'équivalence de normes en lien avec des équations différentielles. Les énoncés proposés ne semblent pas être ceux qu'on pourrait attendre. Ce court article en donne donc une autre version avec une réponse positive (équivalence de normes).
