

- **Coefficients binômiaux avec congruences.**

On s'intéresse à un équivalent de $\sum_{k \equiv l \pmod p} \binom{n}{k}$ puis on généralise en mettant un exposant dans le coefficient binomial.

- **Unicité de la topologie de $\mathcal{C}^k([0, 1], \mathbb{R})$.**

On démontre qu'il n'y a qu'une seule topologie d'espace de Banach pour $\mathcal{C}^k([0, 1], \mathbb{R})$ si on exige en gros que la convergence au sens de sa norme entraîne la convergence simple.

- **Famille pseudo-orthonormées.**

Dans un espace euclidien, une telle famille vérifie $\forall x \in E, |x|^2 = \sum_i (e_i | x)^2$.

Il s'agit de construire toutes ces familles.

- **Groupes d'ordre pq .** Coécrit avec Sylvain Arnt et relu par Florent Nicaise.

Il s'agit d'une étude élémentaire des groupes d'ordre pq avec $p \leq q$ premiers distincts ou non. On y établit qu'un tel groupe est cyclique si p ne divise pas $q - 1$, qu'il est commutatif dans le cas $p = q$, et que dans le cas p divise $q - 1$ il n'y a qu'un autre groupe non commutatif.

- **Intégrales emboîtées.** Avec la contribution de Florent Nicaise pour le calcul de l'intégrale I_α et de Christian Rieffel pour la rédaction du cas $\alpha = 1$.

On veut calculer $I_n(\alpha) = \int_0^{+\infty} \left(\int_{x_1}^{+\infty} \cdots \left(\int_{x_{n-1}}^{+\infty} \frac{e^{ix_n}}{x_n^\alpha} dx_n \right) \cdots \right) dx_1$ avec $\alpha \in]0, 1]$.

- **Sur les annulations d'une équation différentielle.**

On donne une asymptotique à tout ordre d'une équation du type $y''(x) + (1 + f(x))y(x) = 0$ (si on dispose d'une asymptotique de f en $+\infty$). Ceci permet ensuite d'obtenir une asymptotique des annulations des solutions.

- **Sur une construction élémentaire de $\mathbb{N}$.**

Il s'agit de construire $\mathbb{N}$ et d'en déduire les axiomes de Peano en admettant l'existence d'un ensemble infini (qui s'injecte dans lui-même privé d'un élément).

- **Sur une somme de Riemann.**

La somme $\sum_{k=1}^{n-1} \frac{1}{k^\alpha (n-k)^\alpha}$ apparaît assez souvent. On en donne ici un équivalent de cette somme.

- **Codimension finie.**

On présente des résultats classiques sur les sous-espaces de codimension finie par des méthodes élémentaires.

- **Le théorème de deux carrés.**

C'est un théorème classique qui est ici démontré en étudiant l'arithmétique de $\mathbb{Z}[i]$, c'est à dire en établissant les irréductibles de cet anneau puis en concluant par factorialité.

- **Quaternions.**

On vérifie l'unicité du corps des quaternions en tant qu'extension finie de $\mathbb{R}$ (avec un soupçon de topologie).

- **Initiation à la théorie de Galois.**

Il s'agit d'une présentation de cette théorie. On décrit de façon élémentaire les plongements, les automorphismes de corps. On obtient la caractérisation de l'invariance par tout plongement, ce qui est à la limite du théorème de correspondance de Galois, puis on termine par le calcul du degré d'une somme de racines carrées.

- **Les suites régulières.**

Il s'agit de perturber la série $\exp(x)$ en étudiant $\sum_{n \geq 0} \frac{x^n}{n!} u(n)$ pour en obtenir un équivalent en $+\infty$ (si $\frac{u'}{u}(x) = o(x^{-1/2})$ en $+\infty$). On présente ensuite des exemples d'application de ce résultat.

- **Le problème de Hardy-Ramanujan.**

Il s'agit de généraliser une conjecture en donnant une asymptotique à plusieurs termes de $\sum_{k=0}^n \frac{x_n^k}{k!}$ pour $n \rightarrow +\infty$. Des exemples concrets sont donnés, aussi bien pour $x_n \rightarrow +\infty$ que pour $x_n \rightarrow -\infty$.

- **Méthodes pour les intégrales de Laplace.**

On établit ici des théorèmes rendant facile l'obtention de développements asymptotiques à plusieurs termes aussi bien pour des intégrales classiques (comme la formule de Stirling), que pour d'autres beaucoup plus délicates comme $\int_a^1 t^x (\ln(1/t))^\alpha dt$ en $+\infty$.

- **Le principe de non superposition des perturbations.**

On perturbe la série $\exp(-x)$ en $+\infty$ en considérant $\sum_{n \geq 0} \frac{(-x)^n}{n!} u(n)$ pour en obtenir une asymptotique à plusieurs termes. On obtient des résultats inattendus, comme le fait que *en général*, si on met plusieurs perturbations, seule une compte, les autres ne faisant que multiplier l'asymptotique par une constante (calculable en plus).

- **De l'utilisation du lien suite-série.**

On présente différents problèmes d'étude de fonctions définies par des séries par une méthode à la fois simple et très efficace. Certains résultats sont cependant difficile à obtenir, surtout de façon classique.

- **Développement asymptotique de la série exponentielle perturbée.**

On reprend la thématique des suites régulières mais pour cette fois-ci obtenir un développement asymptotique à plusieurs termes. C'est bien sûr encore plus difficile que l'obtention d'un équivalent.

- **Le cas non régulier.**

Il s'agit de traiter le même problème mais sans l'hypothèse $\frac{u'}{u}(x) = o(x^{-1/2})$ en $+\infty$. C'est un travail difficile avec de nombreuses bornes qui généralisent celle $-1/2$ du cas des suites régulières, en l'occurrence les $(k-1)/k$ pour $k \geq 2$.

- **Sur un problème élémentaire d'arithmétique.**

Il s'agit au départ de généraliser une simple remarque : $55^2 = 3025 = 30|25$ et justement $30 + 25 = 55$. Pour cela on travaille avec différents exposants et en différentes bases. Un programme qui se veut efficace est proposé pour le calcul explicite des solutions.